Scheda per lo studente		
Cognome	***Nome***	***Data***

Attività 4 – Girone R: i reali

Durante i vostri studi avete imparato ad estrarre la radice di un numero e avete osservato che potete considerare l'estrazione di radice come l'operazione inversa dell'elevamento a potenza. In particolare vi siete occupati dell'estrazione di radice quadrata che è l'operazione inversa dell'elevamento al quadrato:

$\sqrt{25}$ = 5 perché 5^2 = 25

$\sqrt{100}$ = …. perché $(\ldots)^2$ = 100

$\sqrt{\frac{9}{4}}$ = ….. perché $\left(-\right)^2 = \frac{9}{4}$

$\sqrt{4}$ = …. perché $(\ldots)^2$ = 4

$\sqrt{2}$ = ? fra i numeri di nostra conoscenza non ce n'è uno che elevato al quadrato dia 2

Siamo alle solite abbiamo un'altra operazione di cui non troviamo un risultato!

Poiché 2 non è un quadrato, certamente $\sqrt{2}$ non è un numero intero, cioè $\sqrt{2}$ non appartiene a ….. , e se estraiamo la radice otteniamo di sicuro un numero decimale. Si può però dimostrare che $\sqrt{2}$ non è una frazione, cioè $\sqrt{2}$ non appartiene a ….. e quindi, pur essendo un numero decimale, non si può scrivere né come decimale …..…..….……… né come decimale ………..……..………….

Non resta che una possibilità: le radici di numeri che non sono quadrati perfetti sono decimali con infinite cifre dopo la virgola che non si ripetono mai, sono cioè decimali illimitati non periodici. Infatti $\sqrt{2}$ = 1,414213562373095......

Con una calcolatrice trovate l'espressione decimale di $\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$ = 1,………………………………..

Ma le sorprese non sono ancora finite. Perfino un numero che pensavate di conoscere, come π, anche se non deriva da una radice, ha una rappresentazione decimale dello stesso tipo!

π = 3,14159265358979323846264338327950 ….

I numeri decimali illimitati non periodici si chiamano numeri irrazionali (non razionali) e, se sono preceduti da un segno, numeri irrazionali relativi. I numeri razionali e i numeri irrazionali assieme formano l'insieme dei **numeri reali** che indicheremo con il simbolo **R**.

Numeri così sono però decisamente scomodi per i calcoli!

Allora come fare? Due possibilità: imparare a fare i calcoli con le radici, cosa che affronterete nei prossimi anni, oppure usare le loro approssimazioni, per difetto o per eccesso, come avete imparato a fare con i numeri decimali e come succede per π con 3,14.

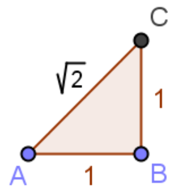
Mettetevi al lavoro e servendovi della rappresentazione decimale di $\sqrt{2}$, completate la tabella che segue con le approssimazioni richieste:

Approssimazione a meno di	Approssimazione per difetto	$\sqrt{2}$	Approssimazione per eccesso
1	1	1,414213562373095......	2
0,1	1,4		1,5
0,01	1,41		1,….
0,001			
0,0001			
0,00001			

Abbiamo così trovato che $\sqrt{2}$ è compreso fra due serie di numeri, uno minore e l'altro maggiore di $\sqrt{2}$, con un numero crescente di cifre decimali.

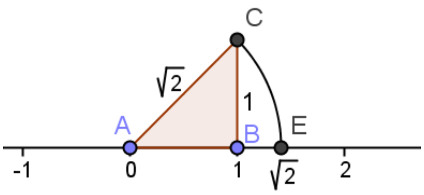
Ma chi ci assicura che $\sqrt{2}$ **esiste?** Ci viene in aiuto la geometria con il teorema di Pitagora.

Se infatti costruite un triangolo rettangolo isoscele i cui cateti misurano 1, l'ipotenusa misurerà $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.



Abbiamo così trovato un segmento che misura $\sqrt{2}$, che quindi non solo esiste ma ha anche un ben preciso significato.

Questo risultato ci permette inoltre di riportare sulla retta numerica a partire dall'origine un segmento uguale all'ipotenusa. Troviamo in questo modo un punto E su tale retta a cui non corrisponde un numero razionale ma il numero $\sqrt{2}$. Ciò significa che sulla retta dei numeri, che sembrava essersi "riempita" con i numeri razionali, trovano posto sorprendentemente anche i numeri irrazionali.



Si può inoltre dimostrare che **l'insieme dei numeri reali ricopre completamente la retta dei numeri,** cioè ad ogni numero reale (razionale o irrazionale) corrisponde un punto sulla retta e viceversa ad ogni punto della retta corrisponde un numero reale, c'è fra loro una corrispondenza biunivoca.

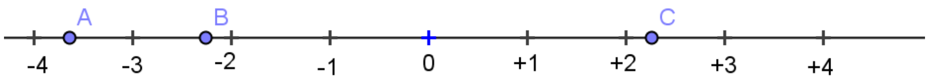
Chiediamoci ancora: **R è il più grande insieme numerico possibile?**

Assolutamente no! Basterà solo aspettare che si presenti il prossimo problema impossibile da risolvere con i numeri reali e il gioco ripartirà: bisognerà inventare nuovi numeri per affrontare la nuova sfida e verrà fuori un nuovo insieme che contiene **R** e poi ancora un altro ...

L'unica certezza è che stavolta i nuovi numeri non possono più trovare posto sulla retta!

Adesso **mettetevi alla prova** e rispondete a quesiti che seguono.

1. Indicate in quale fra i punti A, B, C della retta dei numeri collochereste $-\sqrt{5}$ …………………….

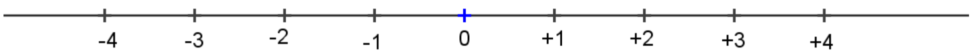


2. Scrivi fra quali coppie di numeri naturali consecutivi è compreso ciascuno dei numeri:

   ……$< \sqrt{5} <$…… ……$< \sqrt{6} <$…… ……$< \sqrt{20} <$…… ……$< \frac{\pi}{2} <$……

3. Rappresentate sulla retta numerica i seguenti numeri reali relativi

   $-\frac{2}{5}$ $\sqrt{5}$ 3,4 -1 $\frac{3}{2}$ $\sqrt{3}$



4. Nel corso della storia molte culture hanno cercato di approssimare il valore, che oggi indichiamo con π (pi greco), del rapporto tra la lunghezza di una circonferenza e il suo diametro. Nella tabella trovi indicati alcuni dei valori utilizzati.

Egiziani	Babilonesi	Indiani	Cinesi
$\frac{256}{81}$	$3 + \frac{1}{8}$	$\sqrt{10}$	$\frac{355}{113}$

Chi utilizzava il valore più vicino a quello corretto?

□ A. Gli Egiziani □ B. I Babilonesi □ C. Gli Indiani □ D. I Cinesi

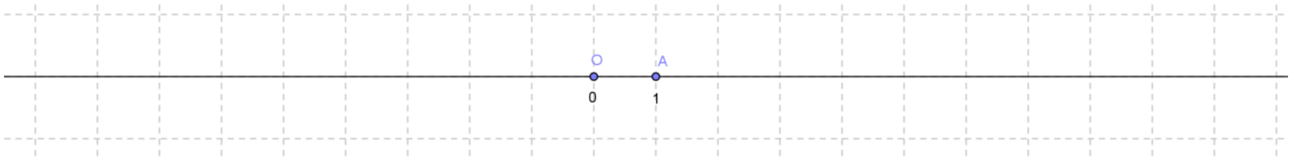
(Invalsi - esempi di prove per la scuola secondaria di secondo grado)

Verifica sui numeri interi relativi

Scheda per lo studente		
Cognome	***Nome***	***Data***

8. Segna sulla retta i punti corrispondenti ai seguenti numeri:

-2 +5 +7 -8 +9 +4 -1 -4 +3 +2



9. Riscrivi in ordine crescente i seguenti numeri interi:

+1000 -1000 -100 -10 +10 -19 -99 +44 -79 -90 +45

………

10. Riscrivi in ordine decrescente i seguenti numeri interi:

+20 -66 +11 -11 +10 -9 -39 -43 +29 -90 -45

………

11. Fra le seguenti disuguaglianze segna quelle corrette

☐-10<-1 ☐10<-100 ☐0<-1 ☐-1<0 ☐+1<-1 ☐-10<-100

12. Il numero -10 è compreso tra

☐ -1 e +10 ☐ -9 e -8 ☐ 0 e +10 ☐ -100 e -1

13. Completa la tabella che segue segnando gli opposti dei numeri:

numero	+5	-7	0	+1	-2	+12
opposto						

14. Esegui le seguenti addizioni e sottrazioni:

+7 + (+5) = …… +7 + (-5) = …… -7 + (+5) = …… -7 + (-5) = ……

+7 + 0 = …… +2 + (+5) = …… +4 - (+3) = …… +7 - (-5) = ……

+7 - 0 = …… -7 - (+5) = …… +3 - (-5) = …… +7 - (-7) =……

15. Scrivi il numero mancante nelle seguenti addizioni e sottrazioni:

+7 + (……) = +5 +7 + (……) = -1 +7 + (……) = +7 +7 + (……) = 0

+7 - (……) = +5 +4 - (……) = -1 +7 - (……) = +7 +7 - (……) = 0

16. Esegui le operazioni indicate dopo avere eliminato le parentesi:

+17 + (-5) = +17 – 5 = ………….. -9 + (+5) – (-1) = ……………………………….

+13 - (-13) = ……………………………. -3 – (-13) + (-2)= ………………………………..

+15 + (-21) = …………………………… -2 - (+2) – (-1)= ………………………………

17. Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni (quando è possibile):

-7 x (-5) = ……	+3 x (+5) = ……	-7 x (+3) = ……	+3 x (-2) = ……
-10 : (+5) = ….	-10 : (-2) = ….	(+6) : (-2) = ……	(+11) : (-2) = ……
0 : (+4) = ….	0 : (-8) = ….	(+7) : 0 = ……	(+11) : (-11) = ……

18. Il risultato dell'espressione (-2)x(+3)-(+5)x(-2) è

☐ +11 ☐ +4 ☐ -4 ☐ -16 ☐ -11 ☐ +9

19. Compila relativamente ai segni + e - la tabella di moltiplicazione e la tabella di divisione:

x	+	_
+		
_		

:	+	_
+		
_		

Cosa noti? …….

perché …………………………………………….…………………………………………………………………….

Trova l'affermazione **errata**

20. Le due potenze $(-2)^4$ e -2^4
    a. La prima è positiva e la seconda è negativa
    b. Sono numeri opposti
    c. Sono uguali
    d. Sono diverse

Trova le affermazioni **corrette**

21. L'operazione $(-2)^5 : (-2)^3$
    e. ha come risultato un numero negativo
    f. ha come risultato $(-2)^2$
    g. ha come risultato +9
    h. ha come risultato -9

22. il pollo nel freezer era alla temperatura di -18 °C. Per un blackout la corrente elettrica manca per 6 ore. Durante questo periodo la temperatura del freezer aumenta di 12 °C. A quale temperatura si trova ora il pollo?

☐-12 ☐+12 ☐-6 ☐+6

23. **Nell'insieme Z** dei numeri interi segna se le affermazioni che seguono sono vere o false:

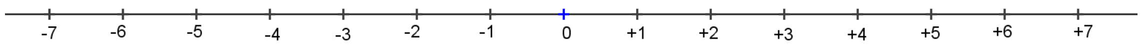
	V	**F**
L'addizione è sempre possibile	☐	☐
Tutti i numeri hanno l'opposto	☐	☐
L'addizione gode della proprietà commutativa	☐	☐
L'addizione gode della proprietà associativa	☐	☐
Esiste un numero intero più piccolo di tutti gli altri	☐	☐
Lo zero è maggiore di tutti i numeri negativi e minore di quelli positivi	☐	☐
L'addizione possiede l'elemento neutro	☐	☐
La sottrazione è sempre possibile	☐	☐
La sottrazione gode della proprietà commutativa	☐	☐
La sottrazione possiede l'elemento neutro	☐	☐
La somma di due numeri concordi è positiva	☐	☐
Il prodotto di due numeri concordi è positivo	☐	☐
Lo 0 è l'elemento assorbente della moltiplicazione	☐	☐
Il prodotto di 23 numeri positivi e di 12 numeri negativi è positivo	☐	☐
Una potenza di esponente dispari e base negativa è un numero negativo	☐	☐
Una potenza di esponente dispari e base positiva è un numero negativo	☐	☐

Attività di Recupero

Scheda per lo studente		
Cognome	***Nome***	***Data***

I numeri interi relativi

Ti suggerisco un modo per controllare se stai procedendo correttamente per sommare due numeri, per esempio +3 e -5. Partendo da 0 muoviti sulla retta dei numeri verso destra se il numero è positivo, verso sinistra se è negativo e il punto d'arrivo ti darà il risultato: portati su +3 e ora per sommare -5 spostati a sinistra di 5 e arrivi a -2.
Puoi utilizzare questo procedimento anche per eseguire una sottrazione dopo averla trasformata in addizione.



1. Segna fra le seguenti operazioni con numeri relativi quelle corrette:

☐ (+3)+(-3)=0 ☐ (+2)+(+3)=+6 ☐ (-2)+(-3)=+5
☐ (-2)+(+8)=+6 ☐ (+2)+(-8)=-6 ☐ 0+(-5)=-5

☐ (+5)-(+5)=0 ☐ (-5)-(-5)=0 ☐ (+3)-(-3)=-10
☐ (-5)-(+3)=0 ☐ (+7)-(-1)=+8 ☐ (-10)-(+1)=-9

☐ 0x(-1)=-1 ☐ (-1)x(-1)=+1 ☐ (-1)x(+1)=+1
☐ (-3)x(-5)=-15 ☐ (+3)x(-5)=-2 ☐ (+4)x(-1)=-4

☐ 0:(-1)=0 ☐ (-1):(-1)=+1 ☐ (+10):(+1)=+9
☐ (+8):(-4)=-2 ☐ (-4):(+2)=-2 ☐ (-4):(-4)=-1

☐ $(+1)^2=+1$ ☐ $(-2)^2=+4$ ☐ $(-2)^3=+8$
☐ $(+3)^3=-27$ ☐ $(-1)^0=-1$ ☐ $(-1)^5=-1$

2. La somma di due numeri opposti vale

☐0 ☐+1 ☐-1 ☐dipende dal numero

3. Segna le coppie di numeri discordi

☐ +1, -1 ☐ -2, -2 ☐ +1, +2
☐ -1, +1 ☐ -6, +6 ☐ +4, -1

4. Ordina dal più piccolo al più grande i numeri che seguono:

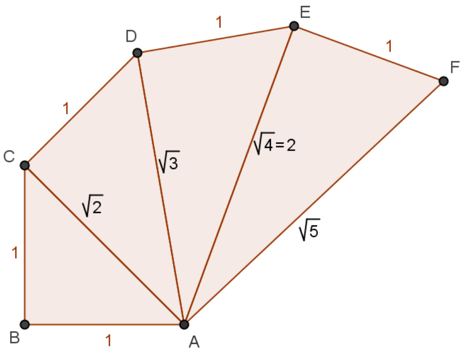
+3 -7 -2 +5 +1 0 -3 +8

……..

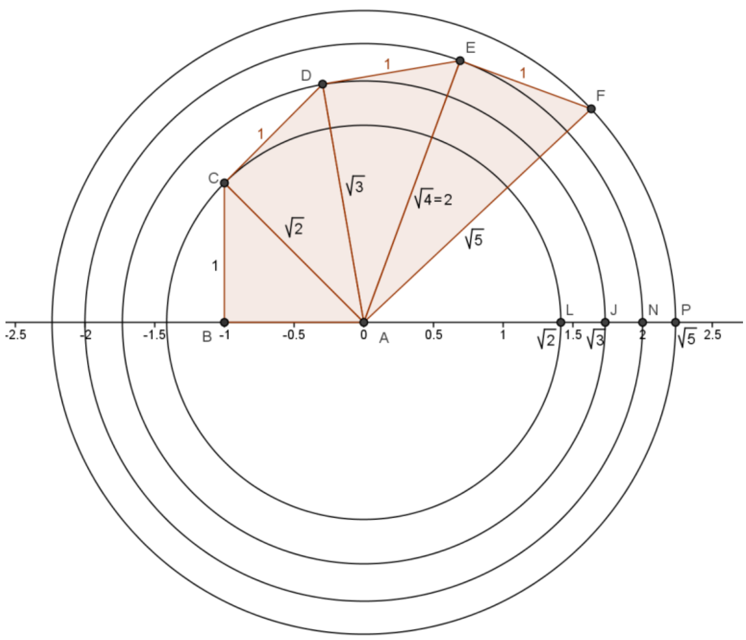
Attività di Approfondimento

Scheda per lo studente		
Cognome	***Nome***	***Data***

La figura suggerisce un modo per costruire segmenti di lunghezza $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, … partendo da un triangolo rettangolo isoscele i cui cateti misurano 1. Potete realizzarla con riga e compasso oppure utilizzando un software di geometria dinamica Cabri Géomètre o Geogebra.



Se poi inserite la retta dei numeri come in figura potete utilizzare circonferenze concentriche con centro nel punto che corrisponde allo 0 e passanti per i punti C, D, E, F, … prima trovati per individuare sulla retta punti che corrispondono a $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, …



Attività di Rinforzo sui numeri razionali relativi

Scheda per lo studente		
Cognome	Nome	Data

1. A conclusione del nostro percorso sui numeri facciamo qualche considerazione.
   Se prendiamo per esempio il numero 2 che conosciamo dai primi anni di scuola ci accorgiamo che ora possiamo scriverlo in tantissimi modi diversi anche se in fondo è sempre il nostro vecchio numero 2:

   $$2 = 2{,}0 = 1{,}999\ldots = +2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = +\frac{10}{5} = \sqrt{4}$$

   Da un punto di vista concettuale questi modi di scrivere non sono proprio la stessa cosa ma non c'è dubbio che tutti rappresentano comunque il numero 2. Prova ora a trovare modi diversi di scrivere il 5.

   5 =

2. Metti in ordine crescente i numeri relativi:

   $-10 \qquad +\frac{1}{3} \qquad +7 \qquad +\frac{2}{3} \qquad -4 \qquad -\frac{11}{4} \qquad -\frac{1}{2}$

   ……………………………………………………………………………………………………

3. Scegli l'affermazione **errata**:

   dati numeri relativi $+\frac{1}{4}$ e $-\frac{16}{3}$

   1. il minore è $+\frac{1}{4}$
   2. il prodotto è $-\frac{4}{3}$
   3. la loro somma è $-\frac{61}{12}$
   4. il minore è $-\frac{16}{3}$

Esempi di Prove internazionali

Scheda per lo studente		
Cognome	***Nome***	***Data***

Scuola Secondaria di I grado - Classe Terza

1. **Prova nazionale Invalsi - a. s. 2007 – 2008**

Quale delle seguenti disuguaglianze è vera?

A. $-\frac{17}{16} < -\frac{16}{17}$

B. $+\frac{17}{16} < -\frac{16}{17}$

C. $-\frac{17}{16} > +\frac{16}{17}$

D. $+\frac{17}{16} < +\frac{16}{17}$

2. **Prova nazionale Invalsi - a. s. 2008 – 2009**

Quanto vale la potenza $(-4)^2$?

□ A. - 16
□ B. - 8
□ C. 8
□ D. 16

3. **Prova nazionale Invalsi - a. s. 2010 – 20011**

Antonio e Giada partecipano a una gara a quiz. Per ogni risposta esatta si assegnano due punti mentre per ogni risposta sbagliata si toglie un punto. L'esito della gara è il seguente:

- Antonio ha dato 11 risposte esatte e 9 sbagliate;
- Giada ha dato 6 risposte esatte e 14 sbagliate.

Quali sono i punteggi finali dei due ragazzi?

□ A. + 13; + 2
□ B. + 13; - 2
□ C. + 2; + 8
□ D. + 2; - 8

4. Prova nazionale Invalsi - a. s. 2010 – 20011

Il numero $\sqrt{10}$ è:

- □ A. compreso tra 9 e 11
- □ B. uguale a 5
- □ C. compreso tra 3 e 4
- □ D. uguale a 100

5. **IEA TIMSS 2007**

Inserisci + oppure – in ogni casella □ per ottenere un'espressione che abbia il totale più grande possibile.

$-5 \ \square \ -6 \ \square \ 3 \ \square \ -9$

6. IEA TIMSS 2007

Quale numero diviso per −6 dà come risultato 12?

- □ - 72
- □ - 2
- □ 2
- □ 7